

ソフトウェア構成特論 第9回 練習問題1の解答例

大学院理工学研究科 電気電子情報工学専攻 篠埜 功

T-ISZERO の場合: 型判定の導出木の一番下の部分は

$$\frac{t_1 : \text{Nat}}{\text{iszero } t_1 : \text{Bool}} \text{ (T-ISZERO)}$$

という形をしている。iszero 式の評価規則は3つあり、(E-ISZEROZERO), (E-ISZEROSUCC), (E-ISZERO) である。よって、 $t \rightarrow t'$ となる t' が存在する場合は、この3つの規則のどれかがこの評価判定の導出において一番最後に使われた規則である。この3つで場合分けする。

E-ISZEROZERO の場合: 評価判定の導出木は

$$\frac{}{\text{iszero } 0 \rightarrow \text{true}} \text{ (E-ISZEROZERO)}$$

であり、inversion lemma より $\text{true} : \text{Bool}$ であり、成立する。

E-ISZEROSUCC の場合: 評価判定の導出木は

$$\frac{}{\text{iszero } (\text{succ } nv) \rightarrow \text{false}} \text{ (E-ISZEROSUCC)}$$

という形をしている。inversion lemma より $\text{false} : \text{Bool}$ であり、成立する。

E-ISZERO の場合: 評価判定の導出木の一番下の部分は

$$\frac{t_1 \rightarrow t'_1}{\text{iszero } t_1 \rightarrow \text{iszero } t'_1} \text{ (E-ISZERO)}$$

という形をしている。よって、帰納法の仮定より $t'_1 : \text{Nat}$ が成り立ち、(T-ISZERO) 規則より $\text{iszero } t'_1 : \text{Bool}$ となり、成立する。